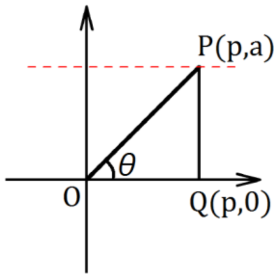
2015.11.12

Hiroshi Michiwaki
道脇　裕

直角三角形の底辺に対する高さの比と可減集合論的ゼロ除算

x-y 座標において, 第一象限に適当な点 P (*p*,*a*)をとり, 点 P から x 軸に垂線を描きその交点を Q(p,0) として，∠POQ＝ θ の直角三角形◿OPQ をつくる（下図参照）.



すると，底辺に対する高さの比 tan θ は,

$$\tan\theta = \frac{\text{高さ}}{\text{底辺}} = \frac{a}{p}$$

と表される.
ここで，点 P を x 軸に平行（上図の朱点線に沿う）に，y 軸に向けて動かす.
これは，P(*p*→+0,*a*)を意味する．このとき，底辺に対する高さの比 tan θ は,

$$\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}}\tan\theta = \lim_{p\to+0}\frac{a}{p} = +\infty$$

となる．さらに，点 P を x 軸に平行に移動させて y 軸に一致させる.
このときこれは，P(*p*＝0,*a*)を意味する．このとき，底辺に対する高さの比 tan θ は，可減集合論的ゼロ除算によれば,

$$\tan\frac{\pi}{2} = \frac{\text{高さ}}{\text{底辺}} = \frac{a}{p} = \frac{a}{0} = 0 \dots a$$

となる．これは,

“底辺が 0 のとき，底辺に対する高さの比は 0 に等しく，余りとして高さ *a* が残る”

ということに対応している．勿論，*a*＝1 とすれば,

$$\frac{\text{高さ}}{\text{底辺}} = \frac{a}{p} = \frac{1}{0} = 0 \dots 1$$

である.