

2017.3.11

道脇裕

Hiroshi Michiwaki

拡張分数とゼロ除算

定理 $a, b, c \in \mathbb{R}$ に対して,

$$F(a, b) - F(a - bc, b) = c, \quad F(a, b) = c + F(a - bc, b)$$

また,

$$F(a, b) = \frac{a}{b} \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

とする. このとき,

$$F(a, 0) = 0$$

が成り立つ.

証明 F において, $b=0$ とすると,

$$F(a, 0) - F(a - 0 \times c, 0) = F(a, 0) - F(a, 0) = c$$

を得る. ここで, c は F の帯数であり, F の帯数 c のうち $(a-bc)^2$ を最小化するものは, F の商を意味するが, $F(a, 0)$ においては, 帯数 c は唯一 $c=0$ のみをとる. 故に, $F(a, 0) = 0$ が成り立つ. \square