2018.3.31
Hiroshi Michiwaki
道脇　裕

掛け算から生じるゼロ除算
～ゼロ除算の原理～

Ａ点から別のＢ点に「りんご」を運ぶ．ただし，運送前，Ｂ点の「りんご」は０［個］とする．この前提に対して，以下の３つの問について検討する．

Ｑ１）Ａ点には「りんご」が０［個］あり，これをトラックでＢ点に１［回］運ぶ．運送後のＢ点の「りんご」は何［個］か？

Ａ１）この問題は，【状態】と【事象】の掛け合わせによる積と，【結果】とが等価であるという関係であることから【状態】×【事象】＝【結果】として求めることが出来るといえる．
ここで，【状態】とは，［個数］と［回数］の関係から構成される組立次元（単位）であり，運送［回数］毎の運送［個数］として定義されるといえる．また，ここでの【事象】とは，運送［回数］を意味する．
もし，そうでないならば，【状態】＝運送［個数］であるとした場合，次元解析上では，
【状態】×【事象】＝［個数］×［回数］＝［個数］［回数］＝［個数・回数］＝【結果】
となる為，【結果】の次元は［個数］ではなく，［個・回］となってしまう．
従って，【状態】，【事象】，【結果】の各次元は，

$$\text{【状態】}=\frac{[\text{個}]}{[\text{回}]}=[\text{個}]^{1}[\text{回}]^{-1}=[\text{個}/\text{回}]$$

$$\text{【事象】}=[\text{回}]=[\text{回}]^{1}$$

$$\text{【結果】}=[\text{個}]=[\text{個}]^{1}$$

であって，

$$\text{【状態】}\times\text{【事象】}=\frac{[\text{個}]}{[\text{回}]}\times[\text{回}]=[\text{個}]=\text{【結果】}$$

の関係性が成り立つことになる．

さて，仮定より，運ばれる「りんご」の【状態】は，

$$\frac{0[\text{個}]}{1[\text{回}]} \qquad (1)$$

であるから，【結果】としての運送後のＢ点の「りんご」の個数は，上の【状態】に対して

【事象】即ち，運ぶ回数を乗じて，

$$\frac{0[個]}{1[回]} \times 1[回] = 0[個] \qquad (2)$$

と求められる．

更に(2)式左辺の展開は，

$$\frac{0[個]}{1[回]} \times 1[回] = \frac{0[個] \times 1[回]}{1[回]} = \left(\frac{0 \times 1}{1}\right)[個]\frac{[回]}{[回]} = \frac{0}{1}[個] \qquad (3)$$

となり，(3)式と(2)式右辺との関係より，

$$\frac{0}{1}[個] = 0[個] \qquad (4)$$

よって，

$$\frac{0}{1} = 0 \qquad (5)$$

を得る．勿論，(5)式の結果を(2)式に代入すれば，

$$0\frac{[個]}{[回]} \times 1[回] = 0[個] \qquad (6)$$

であって，

$$0 \times 1 = 0 \qquad (7)$$

である．或いは，(2)式左辺の展開として，

$$\frac{0[個]}{1[回]} \times 1[回] = \frac{0[個] \times 1[回]}{1[回]} = 0[個] \times \frac{1[回]}{1[回]} = 0[個] \times 1 \qquad (8)$$

とすることで，(7)式の結果を得ることが出来る．これは，左辺が，0（のもの）が 1 つ有るとき全部で如何程かを問うているのであり，右辺はその解が 0 であると述べている．

Ｑ２）Ａ点には「りんご」が 1［個］で，これをトラックでＢ点に 0［回］運ぶ．運送後のＢ点の「りんご」は何［個］か？

Ａ２）この場合，運ばれる「りんご」の【状態】は，

$$\frac{1[個]}{0[回]} \qquad (9)$$

と表される．また，【結果】としての運送後のＢ点の「りんご」の個数は，勿論 0［個］であって，他方，【結果】は，(9)式で表される【状態】に対して【事象】即ち，運ぶ回数を乗じたものに等しいのであるから，

$$\frac{1[個]}{0[回]} \times 0[回] = 0[個] \qquad (10)$$

という等式が成り立つことになる．
しかしこのことは，次のように，考えることもできる．A点に「りんご」は，1個あるのだから，運送1回毎に1個の「りんご」を運ぶことが可能である．この【状態】は，

$$\frac{1[個]}{1[回]} \qquad (11)$$

と表すことが出来る．ところが，運び出すことは可能であるものの，実際には運び出していないから【事象】としての運送回数は0回であり，他方，0回運送後のB点にある「りんご」の【結果】としての個数は，勿論0［個］であるから等式は，

$$\frac{1[個]}{1[回]} \times 0[回] = 0[個] \qquad (12)$$

と表される．この(12)式は，(10)式が仮想のトラックの中に実現される「りんご」の【状態】即ち【仮想状態（＝トラックによる0回の運送につき1個の「りんご」を運ぶという謂わば仮想のトラックにおける「りんご」の状態)】に対して【事象（＝トラックの運送回数)】を乗じた積と【結果（＝運送後のB点にある「りんご」の個数)】との等価性を表式化したものであるのに対して，【可能性の状態（＝1回当たり1個の「りんご」を運ぶことは可能ではある)】に対して【事象（＝トラックの運送回数)】を乗じた積と【結果】との等価性を表式化したものであって，これら(10)式と(12)式とは同値である．
そこで，ここでは(10)式を更に詳しく見て行くものとする．(10)式左辺は，次のように変形可能である．即ち，

$$\frac{1[個]}{0[回]} \times 0[回] = \frac{1[個] \times 0[回]}{0[回]} = 1[個] \times \frac{0[回]}{0[回]} = 1[個] \times \frac{0}{0} = \left(1 \times \frac{0}{0}\right)[個] = \frac{0}{0}[個] \qquad (13)$$

である．従って，(13)式と(10)式右辺の関係より，

$$\frac{0}{0}[個] = 0[個] \qquad (14)$$

$$\frac{0}{0} = 0 \qquad (15)$$

を得る．

Ｑ３）Ａ点には「りんご」が0［個］で，これをトラックでＢ点に0［回］運ぶ．運送後のＢ点の「りんご」は何［個］か？

Ａ３）この場合，運ばれる「りんご」の【状態】は，

$$\frac{0[個]}{0[回]} \qquad (16)$$

であるから，【結果】としての運送後のＢ点の「りんご」の個数は，上の【状態】に対して

【事象】即ち，運ぶ回数を乗じて，

$$\frac{0[個]}{0[回]} \times 0[回] = 0[個] \qquad (17)$$

という等式が成り立つことになる．

ここでは(17)式を更に詳しく見て行くものとする．(17)式左辺は，次のように変形可能である．即ち，

$$\frac{0[個]}{0[回]} \times 0[回] = \frac{0[個] \times 0[回]}{0[回]} = \frac{0 \times 0}{0} \frac{[個][回]}{[回]} = \frac{0}{0}[個] \qquad (18)$$

である．従って，(18)式と(17)式右辺の関係より，

$$\frac{0}{0}[個] = 0[個] \qquad (19)$$

即ち，

$$\frac{0}{0} = 0 \qquad (20)$$

を得る．

以上において，注意すべきは，Q１系とQ３系においては，系全体に「りんご」は，0［個］であるのに対して，Q２系では系全体には「りんご」が 1［個］あることである．

つまり，【仮想の状態】×【事象】を表している(10)式左辺は，(20)式の結果を用いると，

$$\frac{1[個]}{0[回]} \times 0[回] = \frac{1[個] \times 0[回]}{0[回]} = 1[個] \times \frac{0[回]}{0[回]} = 1[個] \times \frac{0}{0} = 1[個] \times 0 \qquad (21)$$

であるのに対して，

【可能性の状態】×【事象】を表している(12)式左辺は，(6)式の結果を用いると，

$$\frac{1[個]}{1[回]} \times 0[回] = \frac{1[個] \times 0[回]}{1[回]} = 1[個] \times \frac{0[回]}{1[回]} = 1[個] \times 0 \qquad (22)$$

であって，(21)式に表される形式であっても，(22)式で表される形式であっても，何れも左辺に 1［個］の「りんご」が存在することを意味している．そして，左辺では，何れも無次元の 0 が乗じられて，右辺の「りんご」が 0［個］に等しいという等価性が成り立っていることを示していると言える．

補題　A点には「りんご」が 1［個］あり，これを仮想のトラックでB点に 1［回］運ぶ．運送後のB点の「りんご」は何［個］か？

解答　この場合，運ばれる「りんご」の【状態】は仮想のトラックの中に実現される「りんご」の【状態】であって【仮想状態】であり，他方，【事象】としての運送は１［回］行われるという自己矛盾を孕んだものとなる．つまり，「りんご」を積んだ想像上のトラックが現実に １ 回Ａ点を出発してＢ点に到着するという非現実的現象のようなシチュエーションとなることを意味する．しかし，ここではそれをも許容して，原理的な手続を形式的に辿ることとする．

さて，仮想のトラックにおける状態であるからＱ２と同様に，運ばれる「りんご」の【状態】は，

$$\frac{1[\text{個}]}{0[\text{回}]} \qquad (23)$$

と表される．そして，【事象】としては１［回］運送するのであり，一方，【結果】としての運送後のＢ点の「りんご」の個数は，使用されるトラックが仮想のモノであって，現実のトラックがＢ点に到達することは無いと言うことからも明らかなように勿論０［個］であって，他方，【結果】は(23)式で表される【状態】に対して【事象】即ち，運ぶ回数１［回］を乗じたものに等しいのであるから，

$$\frac{1[\text{個}]}{0[\text{回}]} \times 1[\text{回}] = 0[\text{個}] \qquad (24)$$

という等式になる．ここで，(24)式左辺は，次のように変形可能である．即ち，

$$\frac{1[\text{個}]}{0[\text{回}]} \times 1[\text{回}] = \frac{1[\text{個}] \times 1[\text{回}]}{0[\text{回}]} = 1[\text{個}] \times \frac{1[\text{回}]}{0[\text{回}]} = 1[\text{個}] \times \frac{1}{0} \qquad (25)$$

である．従って，(25)式を(24)式に代入して，

$$1[\text{個}] \times \frac{1}{0} = 0[\text{個}] \qquad (26)$$

が得られるので，この両辺を１／１［個］を乗じ，

$$\left(1[\text{個}] \times \frac{1}{0}\right) \times \frac{1}{1[\text{個}]} = 0[\text{個}] \times \frac{1}{1[\text{個}]} \qquad (27)$$

これを，

$$\frac{1[\text{個}]}{1[\text{個}]} \times \frac{1}{0} = \frac{0[\text{個}]}{1[\text{個}]}$$

$$\therefore \qquad 1 \times \frac{1}{0} = 0 \qquad (28)$$

と整理して，

$$\frac{1}{0} = 0 \qquad (29)$$

を得る．