2018.5.2
Hiroshi Michiwaki
道脇　裕

乗算の構造とゼロ乗算とゼロ除算
～見えない加算～

Ａ点から別のＢ点に「りんご」を運ぶ．ただし，運送前，Ｂ点の「りんご」は１［個］とする．この前提に対して，以下の問について検討する．

Q）Ａ点から毎々「りんご」を０［個］ずつトラックでＢ点に運ぶ．運送後のＢ点の「りんご」の個数bは何［個］か？また，Ｂ点に「りんご」を運んだ回数は何［回］か？

A）この問題は,【状態】と【事象】の掛け合わせによる積と,【結果】とが等価であるという関係であることから，

$$【状態】\times【事象】=【結果】 \qquad (1)$$

として求めることが出来るといえる．
ここで,【状態】とは,［個数］と［回数］の関係から構成される組立次元（単位）であり，運送［回数］毎の運送［個数］として定義されるといえる．また，ここでの【事象】とは，運送［回数］を意味し，また,【状態】,【事象】,【結果】の各次元は,

$$【状態】=\frac{[個]}{[回]}=[個]^{1}[回]^{-1}=[個/回] \qquad (2)$$

$$【事象】=[回]=[回]^{1} \qquad (3)$$

$$【結果】=[個]=[個]^{1} \qquad (4)$$

であって，

$$【状態】\times【事象】=\langle \textit{被乗数}\rangle\frac{[個]}{[回]}\times\langle \textit{乗数}\rangle[回]=\langle \textit{積}\rangle[個]=【結果】 \qquad (5)$$

の関係性が成り立つことについては，先の拙著”零除算 48，49，51，52 にて述べた．特に，零除算 52 においては，ゼロ乗算についての「驚くべき新事実」を示した．そこで，本論では,【状態】が０［個/回］であるとき，運送の回数を重ねたとしても結局は，Ｂ点に届く「りんご」の個数は０［個］となることから，そのような運送における本質的な数学的意味合いは，一体どのようなモノなのか？という問に基づいて,【状態】が０［個/回］であるときの運送の回数が持つ本質的な意味をより一層，明確化することを主題として考えを進めることとしよう．
さて，仮想のトラックであっても，実際のトラックに載せる「りんご」が０［個］のときで

あっても，結果的に【状態】の数値は，0 であって区別できないことは言うまでもない．
従って，少なくとも

$$\frac{0[個]}{0[回]}=\frac{0[個]}{1[回]}=0\frac{[個]}{[回]}=0[個/回] \qquad (6)$$

が成り立つ．ここで，B 点を中心に考えると，まだ一度もトラックがやって来ていないとき，それは予めＢ点に「りんご」1［個］だけがあるということであり，その後，1［回］トラックが到着し，その更に後に再びトラックが 1［回］到着し，更にその後にトラックが 1［回］到着し，･･･という具合となる．これは，

$$\underbrace{1[個]}_{0[回]}=\underbrace{1[個]+0[個]}_{1[回]}=\underbrace{1[個]+0[個]+0[個]}_{2[回]}=\cdots=\underbrace{1[個]+0[個]+0[個]+0[個]+\cdots}_{x[回]} \qquad (7)$$

と表される．
ところが，本当に「りんご」をＢ点に運んで来たのか否かは，0［個］を超える「りんご」を持って来ない限り，判別することは出来ない。つまり，

$$\underbrace{1[個]+0[個]+0[個]+0[個]+\cdots}_{x[回]}\equiv\underbrace{1[個]}_{0[回]} \qquad (8)$$

であって，運んで来た回数$x[回]$は，$0[回]$に同値であるということになる．即ち，

$$x[回]\equiv 0[回] \qquad (9)$$

である．これは、非負最小同値性原理そのものである．

逆に，以上が成り立たないのならば，全ての数は不定となる．
なぜなら，全ての数には，0 を加えてもその値自体に変化は無いから，際限無く 0 を加えることが出来る．それは，例えば，

$$n+0+0+0+\cdots \qquad (10)$$

と表記される．(10)式が，0 を加えられた回数によって，何等か相違する可能性があるとすると，0 が加えられた回数によって，互いが相違していないかワンステップずつ，確かめる必要がある．その手法としては，相違判別関数fを用いて，

$$\begin{aligned}&f(n)=n\\&f(n+0)\Rightarrow f(n)=n\\&f(n+0+0)\Rightarrow f(n+0)\Rightarrow f(n)=n \qquad (11)\end{aligned}$$

と表すことが出来る．ところが，与えられた数は(10)式の通りであるから，これは，

$$f(n+0+0+\cdots)\Rightarrow f(n+0+\cdots)\Rightarrow\cdots \qquad (12)$$

となって，際限無く続くステップとなり，全てのステップの確認作業が必要とされることから最終ステップに辿り着かず，$f(n+0+0+\cdots)$は，不定となる．なお，(11)式，(12)式に表される関数の展開には，数学的帰納法を適用することが出来ないことに注意を要する．さて，実際のところ，全ての数には，(10)式で表されるような 0 加算項が有り得て，

それは 0 加算項が略記されていることと区別が付かない．逆に，略記してよいという原則が在るならば，両者は区別されないことを意味するといえる．
さて，次に別の例によって非負最小同値性原理について更に検討を深めることとしよう．
それは，fig. 1 に示す直列回路 C によって構成される系を舞台とする．

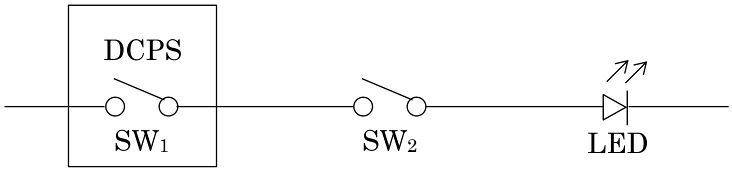

fig. 1

この直列回路 C は，fig. 1 に示すように，スイッチ SW_1 を具えた直流電流発生装置 DCPS の下流に，回路 C への通電可否を決定するスイッチ SW_2 が配設され，その更に下流に，回路 C への通電がなされたときにのみ発光する発光ダイオード LED を具えて構成される．そして，スイッチ SW_1 を off の状態から on の状態にすると，直流電流発生装置 DCPS から起電力が発生し，所定の大きさの電流を所定時間だけ一時的に回路 C に流すことが出来る励起状態となる．この励起状態でスイッチ SW_2 を off の状態から on の状態にすると，そのタイミングのみ発光ダイオード LED に対して電流が通電して，通電したときだけ発光する．なお，スイッチ SW_1 を on にして得られる励起状態は，回ごとに自動的にリセットされる．また，各スイッチ SW_1，SW_2 は，何れも on にするとその都度自動的に off に回帰するものとする．
以上を整理すると，スイッチ SW_1 には”基底状態”に対応する off と”励起状態”に対応する on の２状態が，スイッチ SW_2 には”電流を 0［回］だけ流す事象”off と，”電流を 1［回］だけ流す事象”on の２状態があり，発光ダイオード LED には結果としての”消灯”と結果としての”点灯”の２状態があることは明かである．そこで，これら２状態にそれぞれ次のように，数値対応を与える．即ち，

$$\mathrm{SW}_1\begin{cases}\mathrm{off} := 0\\ \mathrm{on} := 1\end{cases},\quad \mathrm{SW}_2\begin{cases}\mathrm{off} := 0\\ \mathrm{on} := 1\end{cases},\quad \mathrm{LED}\begin{cases}\text{消灯} := 0\\ \text{点灯} := 1\end{cases} \tag{13}$$

とする．ここで，スイッチ SW_1 とスイッチ SW_2 とは，同時操作が要求され，その結果として発光ダイオード LED の発光の有無という結果が生じることから，操作と結果の関係は，明らかに次の表 1 に示す通りとなる．

表 1

現象符号	操作		結果
	状態	事象	
	SW_1	SW_2	LED
(a)	0	0	0
(b)	0	1	0
(c)	1	0	0
(d)	1	1	1

つまりこの系は，乗法的であって，二進数の乗算関係を表していると言える．従って，この系は，

$$【状態】\times【事象】=\langle\textit{被乗数}\rangle\times\langle\textit{乗数}\rangle=\langle\textit{積}\rangle=【結果】\qquad(14)$$

の演算と対応関係にあるといえる．

ここで，注目すべきは，表中の現象(a)と現象(b)の対比である．それは，スイッチ SW_1 を off とした直流電源装置 DCPS の無励起状態では，スイッチ SW_2 が off であろうと on であろうと，当然ではあるが，発光ダイオード LED が発光することも無く，系には何らの変化も生じない．更に言えば，注目すべきは，スイッチ SW_2 が存在しているか否かさえ，判別することは出来ないという事実である．勿論，スイッチ SW_1 を off の状態として，繰り返しスイッチ SW_2 を on にしてみたところで，発光ダイオード LED に電流が届くことはなく，発光することはないのであり，on にしたか否かはおろか，何回 on にしてみたのかを知ることは原理的に不可能なのであって，スイッチ SW_2 を一度も on にしていない事象である off の事象と同値なのである．更に言えば，スイッチ SW_2 を on にするということは，回路に電流を 1［回］流すことに対応しているのであって，スイッチ SW_2 を on にしても電流が流れないのであれば電流を流したことには為らず, 従って，この場合のスイッチ SW_2 の on は，電流を 1［回］流したのではなく，0［回］流したことに対応している，とするのが自然であり，妥当である．

この事実に着目すると，それは，〈*被乗数*〉の値が 0 のとき，〈*乗数*〉の値は 0 であっても 0 でなくても，それを区別することは出来ないこと示している．

この事実をより解りやすくするレトリックとして，次の条件を加えることとしよう．勿論，この追加条件は，本質的には問題の主題に影響しない．

それは，この系のスイッチ SW_2 を目に見えない程，小さなモノとするのである．そして，このスイッチ SW_2 のスイッチング操作をするのは，気まぐれな小人 SP であるとしよう．この系において，スイッチ SW_1 を off にしておき，スイッチ SW_2 のスイッチング操作はこの気まぐれ小人 SP に任せることとしよう．この気まぐれスイッチング系においては，最早，発光ダイオード LED が発光することはなく，この結果としての無灯からは，それがスイッチ SW_2 の on，off の何れに因るものなのかを判別することが出来ないことは明らかである．

つまり，このことは，この系が現象(a)なのか現象(b)なのかを判別することは，本質的に不可能であることを明示している．そして，この結果からしても，その【事象】が，スイッチ SW_2 を on にしていることと同値とみなすよりも，off になっていることと同値であるとみなすことがより自然であるといえる．上述した通り，この系における被乗数が 0 の場合では，乗数が 0 か 1 かを判別できず，乗数の値は 0 に同値であると考えるのが自然である．

以上は，ゼロ乗算算法とも呼ぶべきものであり，乗算の基礎を成すものである．

また，上述の例に見た【状態】と【結果】という２変数から残りの１変数である【事象】を割り出そうとするとき，それは，

$$\frac{【結果】}{【状態】} \equiv 【事象】 \qquad (15)$$

によって与えられ，【状態】の値も【結果】の値も何れも０であるとき，【事象】は，０に同値であるとするのが自然であると述べている．即ち，

$$\frac{0}{0} \equiv 0 \qquad (16)$$

である．これは，ゼロ除算の基本法則そのものである．
そして，この fig.１の系の構成は，コンピュータによる演算原理そのものと本質的に全く同じモノであることに言及しておこう．